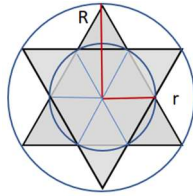


16. La rosace

Le centre des cercles est le barycentre des 2 triangles équilatéraux qui se situe dans un rapport 1/3-2/3 de la hauteur. Donc le rayon R du grand cercle est 2/3 de la hauteur du triangle et le rayon r du petit cercle est 1/3 du côté du triangle. Soit $R = r\sqrt{3}$

La surface cherchée est donc :

$$12\left(\frac{\sqrt{3}}{4}r^2\right) - \pi r^2 = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)R^2 \approx 75,5 \text{ cm}^2$$



17. Le terrain du père Manfin

Le terrain est composé de 2 triangles rectangles TAM en A et THM en H. Soit $TA=a$ et $TH=b$, alors $23^2 + a^2 = b^2 + (a+1)^2$

Qui s'écrit aussi $(23-b)(23+b) = 2a+1$. $2a+1$ est impair donc b doit être pair et $b < 23$. Essayons les valeurs possibles en gardant en tête que $a < 150$.

$$\text{L'aire est ensuite } \mathcal{A} = \frac{23a+c(a+1)}{2}$$

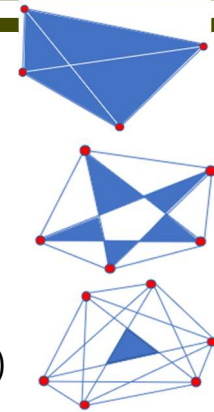
b	22	20	18	16	14
a	22	64	102	136	>150
\mathcal{A}	506	1386	2100	2660	-

Il y a donc **4 solutions 506, 1386, 2100 et 2660 m²**

18. Les 23 points

Les sommets d'un triangle sont constitués d'intersections de segments. Différentes configurations sont possibles :

- Les 3 sommets sont parmi les 23 points : $\binom{23}{3}$ possibilités
- 2 sommets sont parmi les 23 points et le 3^{ème} est l'intersection de 2 segments définis par 4 points parmi les 23. 4 points choisis parmi 23 permettent de tracer au maximum 4 triangles de ce type, soit $4 \binom{23}{4}$ en tout
- 1 sommet parmi les 23 et 2 sommets intersections de 3 segments (cf figure) à partir de 5 points parmi les 23. Ces 5 points permettent de tracer au maximum 5 triangles de ce type, soit en tout $5 \binom{23}{5}$
- Aucun sommet parmi les 23 points. Il faut prendre 6 points parmi 23 qui définissent au maximum un unique triangle, soit en tout $\binom{23}{6}$



Donc le nombre maximum de triangles est

$$\binom{23}{3} + 4\binom{23}{4} + 5\binom{23}{5} + \binom{23}{6} = \frac{23 \times 22 \times 21}{6} \times$$

$$\left(1 + 20 + \frac{20 \times 19}{4} + \frac{20 \times 19 \times 18}{120}\right) = 23 \times 11 \times 7 \times (21 + 5 \times 19 +$$

$$3 \times 19) = 23 \times 11 \times 7 \times 173 = 306383$$

Il y a au maximum **306383 triangles**.